

ALDAGAI ERREAL BATEKO FUNTZIO ERREALAK

Integrazio-metodoak. Integral Mugatu. Aplikazioak. Integral inpropioak (19/20 – 20/21)

1.- a) Zeintzuk dira $\int_{-\infty}^0 e^{1/x} dx$ eta $\int_0^{\infty} e^{1/x} dx$ integral inpropioen puntu singularrak?

Justifikatu erantzuna.

b) Ez dakigu $\int e^{1/x} dx$ integrala kalkulatu, baina badakigu, hala ere, aurreko integral biak ezin direla konbergenteak izan (ez dute balio finiturik, alegia). Zergatik?

$$2.- f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \forall x \leq -1 \\ \frac{1}{\sqrt{x+1}} & \forall x \in (-1, 0) \\ e^{-x} & \forall x \geq 0 \end{cases} \text{ funtzioa emanik,}$$

a) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ integral inpropioa emanik, adieraz itzazu bere puntu singularrak, erantzuna justifikatuz.

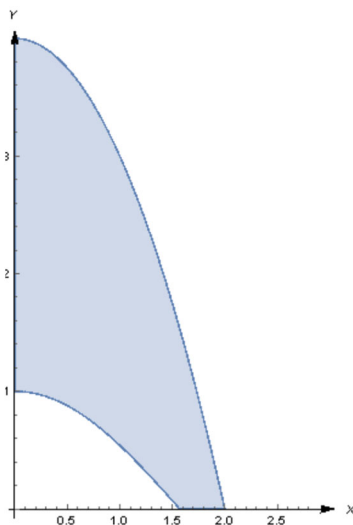
b) Kalkula ezazu $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ integralaren balioa.

3.- Izan bedi OX ardatzak, $y = \sqrt{x}$ kurbak, eta, $(-1, 0)$ eta $(1, 1)$ puntuek definituriko zuzenak mugatzen duten planoko R eskualdea.

a) Adieraz ezazu analitiko eta grafikoki eskualde hori.

b) Kalkula ezazu eskualde horren azalera.

4.- $y = 4 - x^2$ parabolak eta $y = \cos x$ kurbak lehenengo koadrantean marrazkian erakusten den planoko eskualdea mugatzen dute.



a) Plantea ezazu, kalkulatu barik, eskualde horrek OX ardatzaren inguruan biratzean sortuko duen solidoaren bolumena.

b) Plantea ezazu, kalkulatu barik, eskualde horrek OY ardatzaren inguruan biratzean sortuko duen solidoaren bolumena.

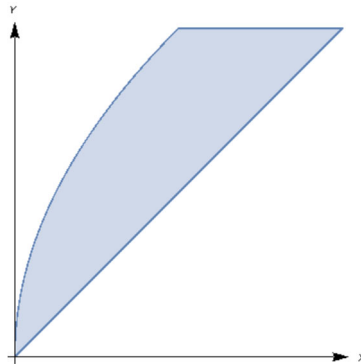
5.- Kalkulatu $\int_0^{\infty} x \cdot e^{-x^2} dx$

6.- $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x+1)}{x+1} & \forall x \leq 0 \\ \frac{e^x - 1}{x^2} & \forall x > 0 \end{cases}$ funtzioa emanik, adierazi zeintzuk diren $\int_{-1}^{\infty} f(x) dx$

integral inpropioaren puntu singularrak. Konbergentea izan daiteke integral hori? Arrazoitu erantzunak.

7.- $y = x$ eta $y = 2$ zuzenak, eta $y = 2\sqrt{x}$ kurbak, marrazkian erakusten den planoko eskualdea mugatzen dute.

- Eman ezazu eskualde horren adierazpen analitikoa.
- Plantea ezazu, kalkulatu barik, eskualde horren azalera.
- Plantea ezazu, kalkulatu barik, eskualde horrek OX ardatzaren inguruan biratzean sortuko duen solidoaren bolumena.
- Plantea ezazu, kalkulatu barik, eskualde horrek OY ardatzaren inguruan biratzean sortuko duen solidoaren bolumena.



8.- Kalkulatu $\int_1^{\infty} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$

9.- $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^x} & \forall x \leq 0 \\ \frac{Lx}{x-1} & \forall x > 0 \end{cases}$ funtzioa emanik, adierazi zeintzuk diren $\int_{-\infty}^1 f(x) dx$ integral

inpropioaren puntu singularrak. Konbergentea izan daiteke integral hori? Arrazoitu erantzunak.

10.- $y = 1$ eta $y = x$ zuzenak, eta $y = \frac{x^2}{4}$ kurbak, marrazkian erakusten den planoko eskualdea mugatzen dute.

- Eman ezazu eskualde horren adierazpen analitikoa.

- b) Plantea ezazu, kalkulatu barik, eskualde horren azalera.
- c) Plantea ezazu, kalkulatu barik, eskualde horrek OX ardatzaren inguruan biratzean sortuko duen solidoaren bolumena.
- d) Plantea ezazu, kalkulatu barik, eskualde horrek OY ardatzaren inguruan biratzean sortuko duen solidoaren bolumena.

